初等幾何による(ii)、(iii)の説明(講義編 p.57 の補足)

(ii)

直線 ℓ と円 C があります。円 C 上の点で直線からの距離が一番大きい点を O とします。O から ℓ に下した垂線の足を H、OH と円 C の交点で O でない点を A とします。O を通る直線の円 C との交点（O でない）を B、ℓ との交点を D とします。

∠OBA、∠OHD はともに直角で等しいですから、△ OBA と△ OHD は相似になります。対応する辺の比より、OA：OB＝OD：OH。

よって、OA・OH＝OB・OD です。

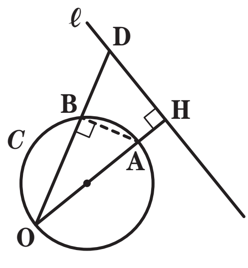
A を、O を中心にした反転で移した点が H であるとすると、OA・OH＝1 が成り立ちます。

このとき、OB・OD＝1 が成り立ちますから、B を反転で移した点は D になります。

円 C を、O を中心に反転すると直線 ℓ に移ります。

逆に、H を反転で移した点が A であるとすると、OA・OH＝1 が成り立ちます。このとき、OB・OD＝1 が成り立ちますから、D を反転で移した点は B になります。

直線 ℓ を O を中心に反転すると円 C に移ります。



(iii)

次の図は、A を中心とする円 C を O を中心にして相似拡大すると、B を中心とする円 C' になったという図です。O を通る直線と円の交点を図のように D、E、F、G とします。

円 C' は円 C を相似拡大したものですから、

OD：OE＝OF：OG　よって、OD・OG＝OE・OF です。

D を、O を中心とする反転で移した点が G であるとすると、OD・OG＝1 が成り立ちます。

このとき、OE・OF＝1 が成り立ちますから、E を反転で移した点は F になります。

円 C を、O を中心に反転すると円 C' になります。